II. Die Hauptsätze der Wohlfahrtstheorie

Fragen:

(a) Führt die Marktwirtschaft zu einem Zustand mit Gleichgewicht auf allen Märkten?

(b) Ist das Gleichgewicht eindeutig? Stabil?

(c) Ist das Gleichgewicht paretooptimal?

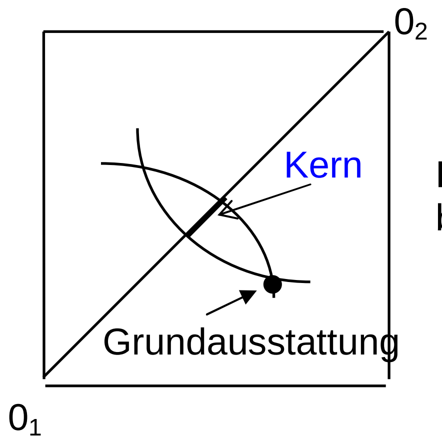
(d) Lohnt es sich für Teile der Gesellschaft, sich abzusetzen vom Rest?

II.1. Einführung: Kern, Tauschkurven, Tausch-Gleichgewicht im 2-Güter-Fall

Zwei Haushalte mit Grundausstattung von Gütern. Werden sie tauschen?

Wie wird getauscht?

1. Keiner wird einen Tausch akzeptieren, der seinen Nutzen schmälert (individuelle Rationalität).
2. Es wird so getauscht, dass ein paretooptimaler Zustand erreicht wird (Gruppenrationalität).



Der Kern erfüllt beide Bedingungen!

Wenn Grundausstattung auf Kontraktkurve $\rightarrow$ Kern = ein Punkt = Grundausstattung. Sonst besteht der Kern aus mehr als einem Punkt.

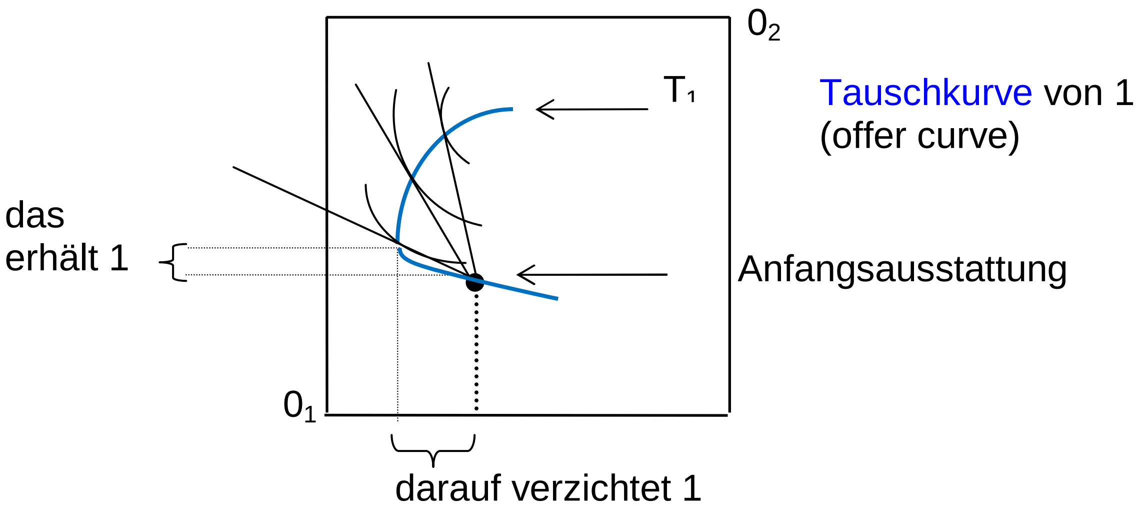
Welcher Punkt im Kern wird denn nun erreicht?

Verhandlungsgeschick?

Es gibt Theorien darüber. Kommt auch auf die genaue Beschreibung der Situation an.

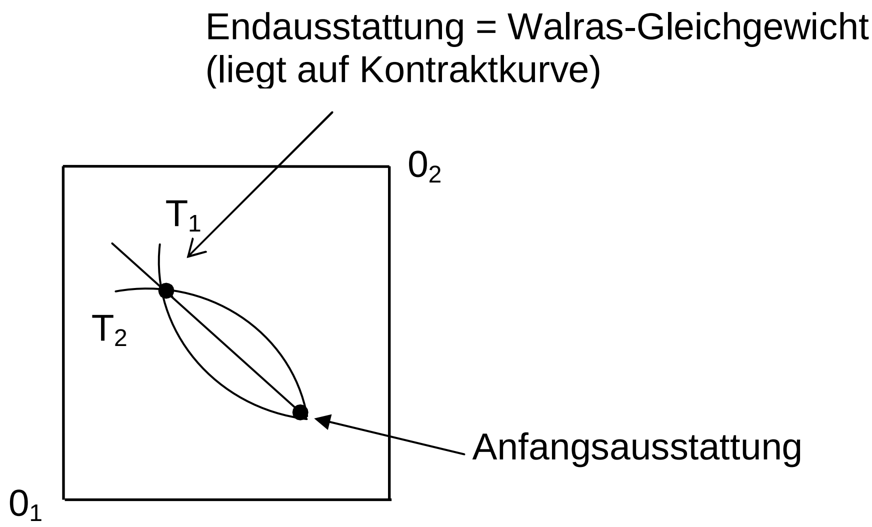
Wir haben bisher gar nicht über Preise (= Tauschverhältnis) gesprochen. Das ist bei **Zweien,** die miteinander verhandeln, auch nicht so sinnvoll. **Hinterher** können wir das Tauschverhältnis feststellen.

Wann sind Preise sinnvoll? Wenn 1 und 2 keine Personen (Haushalte) sind, sondern große Gruppen, z. B. Gütertausch zwischen Ländern: Dann haben wir allerdings Schwierigkeiten mit der Interpretation der Indifferenzkurven. Gibt es Gruppenindifferenzkurven? Wir können die unten abgeleiteten Tauschkurven aber auch als Resultat (Aggregation) von Tauschakten einzelner Haushalte ableiten.



auf einer Geraden durch die Anfangsausstattung ist das Tauschverhältnis (der Preis) gleich

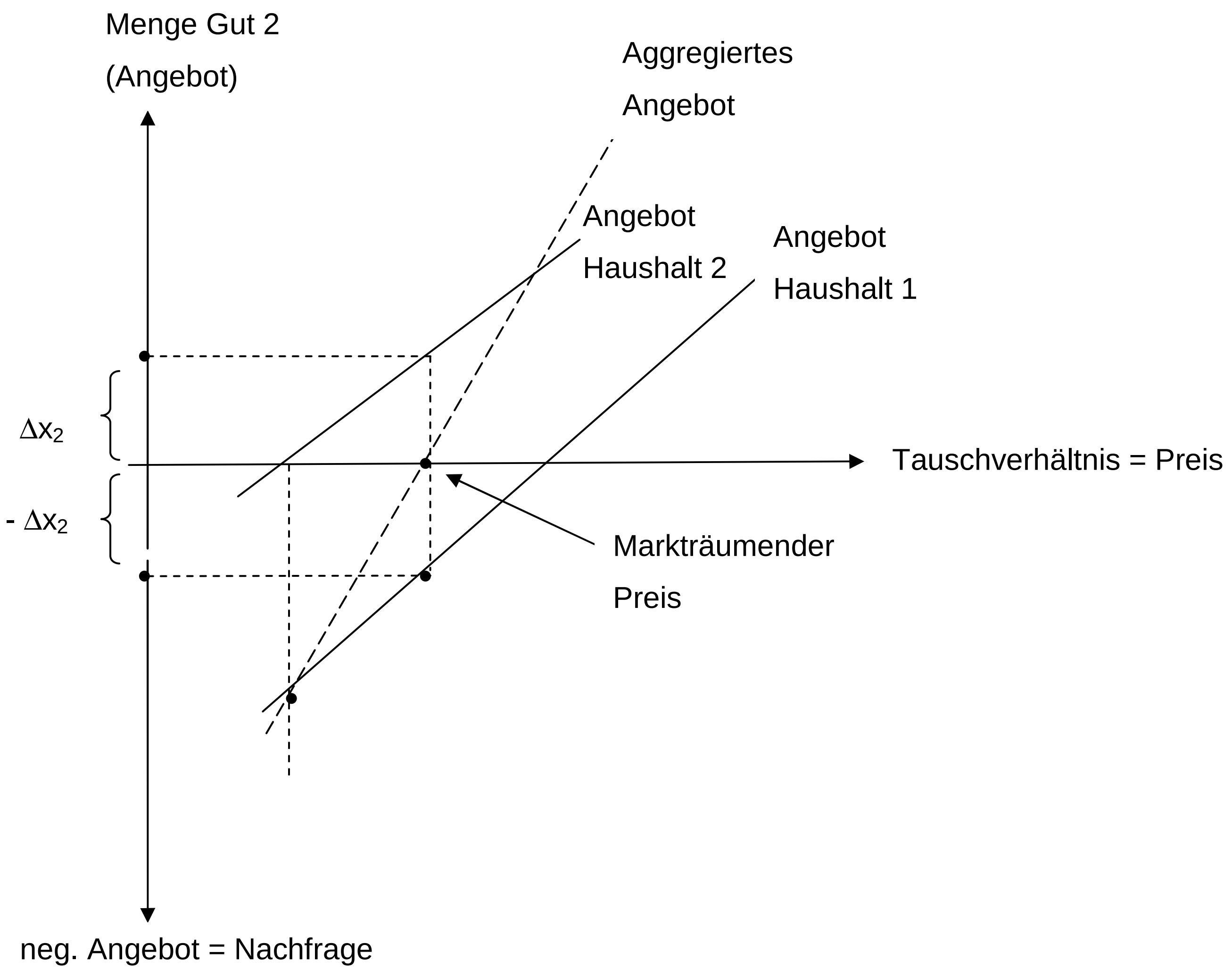
Gerade = Budgetgerade für beide Gruppen



Tausch zwischen Gruppen: Noch einmal Warnung, dass Interpretation der Indifferenzkurven schwierig ist!

Wie sehen die Tauschkurven aus, wenn die Anfangssausstattung auf der Kontraktkurve liegt? Überlegen Sie selbst!

Andere Darstellung des Tausches



- Das aggregierte Angebot wird auch Überschussangebot genannt.
- Der markträumende Preis und der Austausch zu diesem Preis beschreibt ein **Walras-Gleichgewicht.**
- Das Überschussangebot und der markträumende Preis lassen sich auch für <u>viele Haushalte</u> bestimmten!

Viele Güter? Ist nicht mehr so anschaulich darzustellen!

Allgemeines Problem:

- Existiert ein Walras-Gleichgewicht immer?
- Ist ein Walras-Gleichgewicht immer paretooptimal?

Bedingungen?

Randlösungen?

II.2 Das erste Wohlfahrtstheorem

Modell ohne Produktion (Vereinfachung)

Haushalte 1,2,...., n; Güter 1,2, ..., m

Anfangsausstattungen $Y^1 = (y^1{}_1, y^1{}_2, ...y^1{}_m)$, ..., $Y^n = (y^n{}_1, y^n{}_2, ..., y^n{}_m)$

Preisvektor $p = (p_1, p_2, ..., p_m)$,

p_j = Austauschverhältnis zu einem der Güter oder zu einem weiteren Gut = Geld.

Mit einem Preisvektor ist der Wert der Anfangsausstattung gegeben:

$pY^i = \Sigma_j \, p_j Y_j^i = E^i$ (pY^i = Skalarprodukt)

Definition: $Y = (Y^1, ..., Y^n)$ = Anfangsausstattung aller Haushalte

$X = (X^1,...,X^n)$ = Endausstattung alle Haushalte

(X,Y,p) heißt **Walras-Gleichgewicht,** wenn gilt:

(1) $\sum_i x_k^i \leq \sum_i y_k^i$ für alle Güter k

(2) Wenn für Haushalt i gilt $\tilde{X}^i \succ_i X^i$ ($\tilde{X}^i$ wird vorgezogen),

dann gilt $p\tilde{X}^i > pY^i = E^i$ ($\tilde{X}^i$ ist zu teuer).

Annahme: Alle Haushalte sind lokal unersättlich, d.h. bei einer Allokation, für die (1) in der obigen Definition gilt, wird jede Ausweitung des Konsums dem bestehenden Zustand vorgezogen.

Vorbereitender Satz:

1. Wenn X keine paretooptimale Allokation ist, dann gibt es $\tilde{X}$ mit $\tilde{X}^i \succ_i X^i$ für alle Haushalte i.
2. Die Budgettrestriktion wird mit Gleichheit erfüllt, d.h. $pX^i = pY^i$

Beweis:

1. x nicht paretooptimal heißt: Es gibt $\bar{x}^i$ mit $\bar{x}^i \succsim x^i$ für alle Haushalte i und $\succ$ für einen, z. B. i = 1 [und es gilt (1) aus Def.] Wegen Stetigkeit der Präferenzen gilt

$\tilde{x}^1 = (1-\varepsilon)\bar{x}^1 \succ_1 x^1$ für genügend kleines ε.

$\tilde{x}^i = \bar{x}^i + \varepsilon/(n-1)\,\bar{x}^1 \succ_i x^i$ wegen Unersättlichkeit bei mindestem einem Gut.

2. Wegen Unersättlichkeit

1. Wohlfahrtstheorem: Wenn (X,Y,p) ein Walras-Gleichgewicht ist, dann ist X eine paretooptimale Allokation.

Beweis:

Angenommen, x ist keine paretooptimale Allokation.

Wegen dem vorbereitendem Satz gibt es $\tilde{x}$, das von allen Haushalten vorgezogen wird.

$\Rightarrow p\tilde{x}^i > py^i$ für alle i [(2) aus Def.]

$\Rightarrow p\sum_i \tilde{x}^i > p\sum_i y^i$

Andererseits:

(1) aus Def. Walrasgleichgewicht $\Rightarrow\ p_k \sum_i \tilde{x}_k^i \le p_k \sum_i y_k^i$

Summe über k $\Rightarrow\ \underbrace{\sum_{k,i} p_k \tilde{x}_k^i}_{=\sum_i p\tilde{x}^i} \le \underbrace{\sum_{k,i} p_k y_k^i}_{=\sum_i py^i}$

also $p\sum_i \tilde{x}^i \le p\sum_i y^i$

Das ist ein Widerspruch zur Relation oben! Also ist die Annahme am Anfang des Beweises falsch. ■

Wussten wir das nicht schon vorher?

Preisvektor p, Einkommen E^i

$$\Rightarrow \frac{\partial U^i / \partial x_j^i}{\partial U^i / \partial x_k^i} = \frac{p_j}{p_k}$$ für alle Haushalte

$\Rightarrow$ Bedingung für Paretooptimalität erfüllt

Aber:

1. Randlösungen!
2. Wir haben nicht gezeigt, dass diese Bedingung hinreichend für Paretooptimalität ist.

Aufgabe:

Informieren Sie sich im Internet über Tauschringe!

Tauschringe für Dienstleistungen mit fiktiver Währung:

Jeder Teilnehmer stellt (mehr oder weniger spezialisierte) Arbeitsleistung zur Verfügung

z. B.	Gut 1:	Babysitting
	Gut 2:	Auto reparieren
	Gut 3:	Haare schneiden
	Gut 4:	PC-Beratung

$y^1 = (5, 0, 0, 0)$ Anfangsausstattung Teilnehmer 1

$y^2 = (3, 0, 3, 0)$ Anfangsausstattung Teilnehmer 2

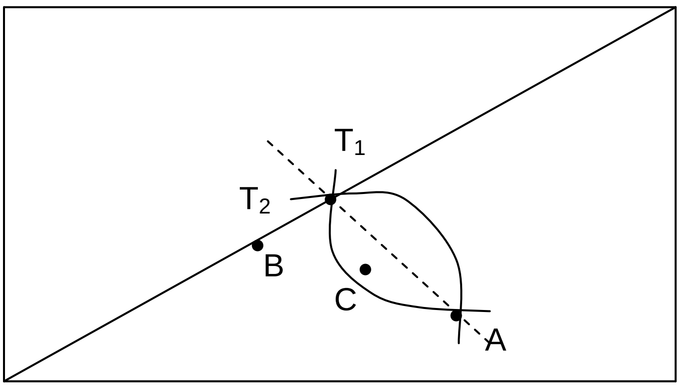
$y^3 = (0, 10, 0, 0)$ Anfangsausstattung Teilnehmer 3

$y^4 = (0, 0, 0, 8)$ Anfangsausstattung Teilnehmer 4

$y^5 = (10, 0, 0, 0)$ Anfangsausstattung Teilnehmer 5

- Satz besagt, wenn es ein Walras-Gleichgewicht gibt, d. h. wenn es einen Preisvektor gibt, bei dem die Definition des Walras-Gleichgewichts erfüllt ist, dann ist **Paretooptimum** erreicht!
- Problem der Tauschringe: Preise sind normalerweise **festgelegt**.

Wenn ein Zustand **kein** Walras-Gleichgewicht ist, ist er dann **nicht** paretooptimal?



B ist kein Walras-Gleichgewicht mit Anfangsausstattung A, aber paretooptimal!

C ist kein Walras-Gleichgewicht und nicht paretooptimal

Wenn der Tausch zu vorher festgelegten („gerechten“) Preisen (festen Austauschverhältnissen) durchgeführt wird, dann erreichten wir nur zufällig Markträumung! Nur zufällig ein Walras-Gleichgewicht.

II.3 Existenz eines Walras-Gleichgewichts

Budgetrestriktion für den Haushalt i bei Tausch zu Preisen p:

$pY^i = pX^i$ (wegen Annahme lokale Unersättlichkeit , siehe oben)

Definition: Überschussnachfrage von Haushalt i: $Z^i(p,Y^i) = X^i(p,Y^i) – Y^i$

- Bei fest vorgegebenen Anfangsausstattungen schreiben wir häufig $Z^i(p)$ statt $Z^i(p,Y^i)$.
- X^i maximiert den Nutzen von Haushalt i, d.h. (2) aus der Definition des Walras-Gleichgewichts gilt.
- $Z^i(p)$ ist homogen vom Grad 0 in den Preisen (Budgetrestriktion bleibt unverändert)

Definition: aggregierte Überschussnachfrage:

$Z(p) = \Sigma_i Z^i(p) = (Z_1(p),..., Z_m(p))$

$Z_j(p)$ = aggregierte Überschussnachfrage nach Gut j

Satz (Gesetz von Walras)

Für jedes p gilt $pZ(p) = 0$

Beweis:

$$pZ(p) = \sum_i pz^i(p)$$

$$= \sum \left(px^i - py^i\right)$$

= 0 wegen Budgetrestriktion.

Satz (Markträumung):

Wenn m-1 Märkte geräumt sind, d.h. $Z_j(p) = 0$ für alle $j \neq k$ und $p_k > 0$, dann ist auch der k-te Markt geräumt, d.h. $Z_k(p) = 0$.

Beweis: Gesetz von Walras $\Rightarrow$ $pZ(p) = 0$

$$\Updownarrow$$

$$\sum p_i Z_i(p) = 0$$

$$\Updownarrow$$

$p_k Z_k(p) = 0$ weil alle anderen $Z_j = 0$

$$\Updownarrow$$

$$Z_k(p) = 0.$$

Satz (freie Güter): (X, Y, p) Walras-Gleichgewicht $Z_j(p) < 0 \Rightarrow p_j = 0$.

Beweis: : Def. Walras-Gl. $\Rightarrow z_i(p) \leq 0$ für alle i

$$\Rightarrow p \cdot z(p) \leq 0$$

Falls $p_j > 0$ $\Rightarrow p \cdot z(p) < 0$

Also:

- Güter, die im Überschuss vorhanden sind, haben einen Preis von 0
- keine Unersättlichkeit bezüglich dieses Gutes.

Annahme Begehrtheit (d. h. es gibt keine freien Güter):

Falls $p_j = 0 \Rightarrow Z_j(p) > 0$.

Satz (Angebot = Nachfrage): Falls alle Güter begehrt sind und (X, Y, p) Walras-Gleichgewicht, dann gilt $Z_j(p) = 0$ für alle j.

Beweis: Angenommen $z_i(p) < 0$ $\Rightarrow p_i = 0$ (Satz freie Güter)

$\Rightarrow z_i(p) > 0$ (wegen Begehrtheit)

$\Rightarrow$ Widerspruch, also $z_i(p) \geq 0$

Definition Walras-Gleichgewicht $\Rightarrow z_i(p) \leq 0$

$\Rightarrow z_i(p) = 0$

Satz (stetige Nachfrage): Die Präferenzen von Haushalt i seien strikt konvex (d. h. es gibt strikt konvexe Indifferenzflächen). Dann sind die Nachfrage von i und die Überschussnachfrage in i stetige Funktionen der Preise p mit $p_i > 0$.

Beweis (für Interessierte):

$$p \to \overline{p}$$

$$\Rightarrow y^j p \to y^i \overline{p} \quad \text{(Einkommen von j)}$$

Wegen Konvexität gibt es genau einen optimalen Punkt für jede Haushaltsrestriktion $x^j p = y^j p$ $\left(x^j \overline{p} = y^j \overline{p}\right)$.(Denn gäbe es $\tilde{x}^j \sim \approx x^j$ beide optimal, dann wäre wegen Konvexität $\frac{1}{2}\tilde{x}^j + \frac{1}{2}\overset{\approx}{x}^j$ besser.)

Seien nun $x^j(p)$und $x^j(\overline{p})$ die optimalen Nachfragen bei p bzw. $\overline{p}$.

Falls $x^j(p)$ nicht gegen $x^j(\overline{p})$ konvergiert, dann gibt es ein δ, so dass, für beliebig kleine ε, für unendlich viele Glieder der Folge $|p-\overline{p}|<\varepsilon$ und$\left|x^j(p)-x^j(\overline{p})\right|>\delta$ gilt.

Satz von Bolzano/Weierstraß: Jede beschränkte unendliche Menge (Folge) enthält mindestens einen Häufungspunkt $\Rightarrow$ Es gibt eine konvergente Teilfolge, die gegen $\tilde{x}^j \neq x^i(\overline{p})$ konvergiert. ($\tilde{x}^j$ ist mindestens δ von $x^i(\overline{p})$ entfernt.)

Aber:

$x^j(\overline{p}) \succ \tilde{x}^j$ wegen Eindeutigkeit

$\Rightarrow$ gilt auch in Umgebung beider wegen Stetigkeit

$\Rightarrow$ Folge $x^j(p)$ kann nicht optimal gewesen sein.

Satz (Existenz eines Walras-Gleichgewichts):

(i) Wenn die Überschussnachfrage Z(p) eine stetige Funktion der Preise $p \in P = \{p \text{ mit } p_i \geq 0, \sum p_i = 1\}$ ist und pZ(p) = 0, dann gibt es ein p^* mit $Z_j(p^*) \leq 0$ für alle j. [X=Z(p^*), Y, p^*) sind dann ein Walras Gleichgewicht – vgl. die Definitionen von Walras-Gl. Und Überschussnachfrage.]

Mögliches Problem $p_i = 0$; $z_i(p) = \infty$. Dann:

(ii) Wenn die Überschussnachfrage $z_i(p)$ eine stetige Funktion der Preise $p' \in P' = \{p \text{ mit } p_i \geq 0, \sum p_i = 1\}$ ist und $\lim\limits_{p' \to p} \min(z_i(p'), a)$ für alle $p \in P$ und alle Folgen (p') mit $p \in P'$ existiert, und pZ(p) = 0, dann gibt es ein $p^* \in P$ mit $z_j(p^*) \leq 0$ für alle j.

Beweis für Interessierte: Überschussnachfrage homogen von Grad 0

$\Rightarrow$ wir können Preise normieren

$\frac{p_i}{\sum p_i}$ impliziert gleiche Überschussnachfrage wie (p_i)

Also Beschränkung auf Preisvektoren p mit $\Sigma p_i = 1$, $p_i \geq 0$.

$\Rightarrow$ wir haben eine abgeschlossene und konvexe Menge von Preisen = P.

Definition einer Abbildung $P \to P$

$$g_i(p) = \frac{p_i + max(0, z_i(p))}{1 + \sum_j max(0, z_j(p))}, \quad i = 1, \ldots, m$$

$g(p) = (g_1(p), \ldots, g_m(p))$

- Maximumfunktion ist stetig, wenn $z_i(p)$ stetig:

Einziges Problem $p_i = 0$; $z_i(p) = \infty \rightarrow$ wird in (ii) behandelt!

- g ist Abb. von P $\rightarrow$ P wegen $g_i \geq 0$ und $\sum_i g_i = 1$

[Brouwerscher Fixpunktsatz: A $\subset R_m$ kompakt (d. h. beschränkt und abgeschlossen). f: A $\rightarrow$ A stetig. Dann gibt es ein a $\in$ A mit f(a) = a (Fixpunkt).]

(i)

$\Rightarrow$ Es gibt den Fixpunkt p^*, d. h.

$$p_i^* = \frac{p_i^* + max\left(0, z_i\left(p^*\right)\right)}{1 + \sum_j max\left(0, z_j\left(p^*\right)\right)}, \qquad i = 1, \ldots m$$

Umformen der Gleichung $\Rightarrow p_i^* \cdot \sum_j max(\ ) = max(\ )$

Mal Z_j $\Rightarrow Z_i\left(p^*\right)p_i^* \sum_j max(\ ) = Z_i\left(p^*\right)max\left(0, z_i, \left(p^*\right)\right)$

Aufsummieren $\Rightarrow \underbrace{\sum_i z_i\left(p^*\right)p_i^*}_{= 0 \text{ (Walras Gesetz)}} \cdot \sum_j max\left(0, Z_j\left(p^*\right)\right) = \sum_i z_i\left(p^*\right)max\left(0, z_i\left(p^*\right)\right)$

$$0 = \sum_i \begin{cases} 0 \text{ für } z_i(p^*) \leq 0 \\ \left(z_i\left(p^*\right)\right)^2 \text{ für } z_i\left(p^*\right) > 0 \end{cases}$$

Notwendig $z_i(p) \leq 0 \Rightarrow p^*$ Walr.as-Gleichgewicht

(ii) Wie (i) angewendet auf $\min(z_i(p'), a)$.

$\Rightarrow \min(z_i(p'), a) \leq 0$

$\Rightarrow z_i(p') \leq 0$ wegen $a>0$.

Frage: Sind konkave Präferenzen (Indifferenzkurven) unplausibel? Finden Sie ein Beispiel!

II. 4. Zweiter Hauptsatz der Wohlfahrtstheorie

Satz: Falls die Voraussetzungen des Existenzsatzes gelten und falls X^* eine paretooptimale Allokation ist, dann existiert ein Walras-Gleichgewicht $\left(X^*, X^*, p^*\right)$.

(Es gibt einen Preis p^*, bei dem kein Haushalt tauschen will.)

Beweis: siehe Varian, ch. 17.

II. 5. Der Kern

Frage: Lohnt es sich für einen Teil der Gesellschaft, sich abzuspalten, einen eigenen Club aufzumachen?

Antwort: Nicht, wenn ein Walras-Gleichgewicht realisiert wird!

Definition: Y Anfangsausstattung, X Endausstattung. X liegt im Kern, wenn

(0) $\sum_t y_k^i \geq \sum_i x_k^i$ für alle k

(1) $X^i \succ_i Y^i$ (Individuelle Rationalität)

(2) X ist Paretooptimum (Gesellschaftliche Rationalität)

(3) Es gibt keine Koalition (= Teilmenge) C aus der Menge der Haushalte $\{1, \ldots, m\}$, verbunden mit einer Endverteilung $\tilde{X}(C)$ der Koalitionsmitglieder für die gilt:

$\sum_{i \in C} y_k^i \geq \sum_{i \in C} \tilde{x}_k^i(C)$ für alle Güter k

$\tilde{X}^i(C) \succ_i X^i$ für alle $i \in C$

(Es gibt keine Gruppe C, die sich profitabel von der Gesellschaft abkoppeln kann.)

Satz: Falls (X, Y, p) Walras-Gleichgewicht ist, dann liegt X im Kern.

(Also im Walras-Gleichgewicht keine erfolgreiche Abspaltung möglich.)

u.a. **Konsequenz:** Falls Walras-Gleichgewicht existiert, ist der Kern nicht leer.

Beweis (siehe Güth, S. 111 ff.)

1. Falls x nicht im Kern ist, dann gibt es eine Koalition $C \subset \{1, \ldots, n\}, C \neq \emptyset$ und eine Allokation $\tilde{x}$ mit

(i) $\tilde{x}^i \succ_i x^i$ für alle $i \in C$

(ii) $\sum_{i \in C} \tilde{x}_k^i \le \sum_{i \in C} y_k^i$ für alle k

2. Wegen $\tilde{x}^i \succ_i x^i$ folgt $p\tilde{x}^i > py^i$ (Walrasgleichgewicht X $\Rightarrow$ jeder mehr begehrte Vektor ist nicht erreichbar)

$$\Rightarrow \quad p \sum_{i \in C} \tilde{x}^i > p \sum_{i \in C} y^i \Rightarrow p \cdot \sum_{i \in C} \underbrace{\left(\tilde{x}_i - y^i\right)}_{\left(\sum_{i \in C}\left(\tilde{x}_1^i - y_1^i\right), \sum_{i \in C}\left(\tilde{x}_2^i - y_2^i\right), \ldots\right)} > 0$$

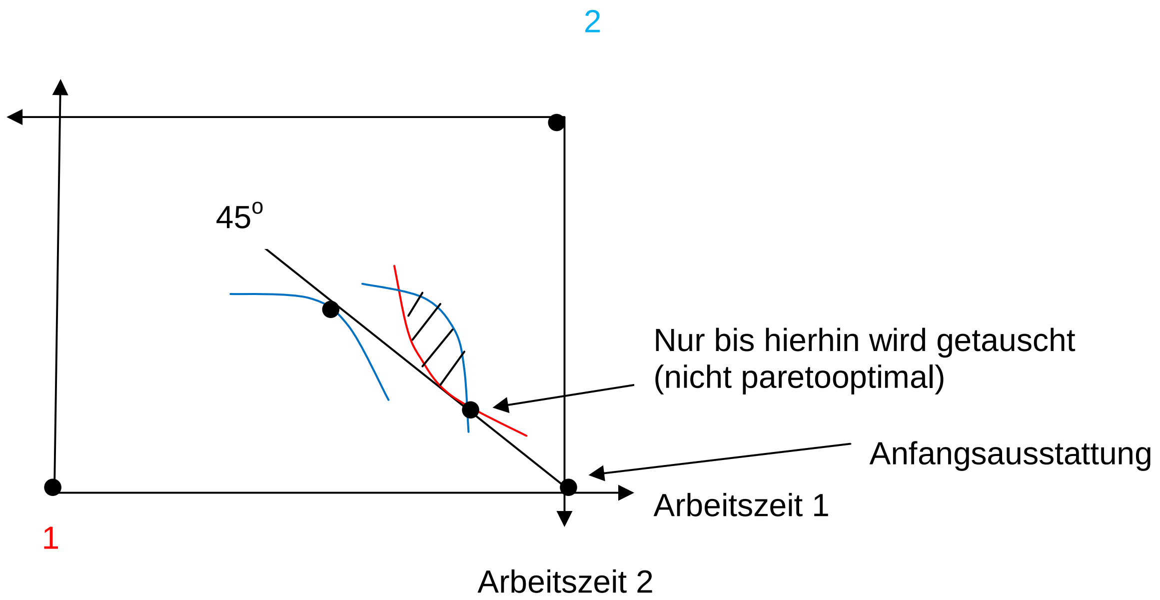
$$\Rightarrow \quad \sum_{i \in C} \tilde{x}_k^i > \sum_{i \in C} y_k^i \quad \text{für mindestens ein k}$$

Also: Keine Abspaltung von Teilen der Gesellschaft! Wenn Vor. (Konvexität) erfüllt.

Weiteres Ergebnis: In „große" Ökonomien stimmen Kern-Allokation und Walras-Gleichgewicht überein. (siehe Güth, S. 113-124)

Tauschringe

→ Feste Preise! Folge?



Haben wir damit die Vorteilhaftigkeit von Tauschringen widerlegt?

Nicht unbedingt! Denn: Sind Voraussetzungen für ein Walras-Gleichgewicht in der Realität erfüllt?

Nein! I. a. nicht! Auch in Marktökonomie gibt es keine völlig flexiblen Preise! (Löhne nach unten begrenzt!)

Dazu kommen Überlegungen außerhalb des Modells: Eingliederung von Arbeitslosen in die Gesellschaft, (Erleichterung von sozialen Kontakten).

Ist Globalisierung eine „gute Sache“?

Beachten Sie: Wir argumentieren von dem Zustand der Globalisierung aus (oder von einer Volkswirtschaft aus). **Dann** ist es nicht möglich, einen Club von Spezialisten zu gründen, in dem es allen besser geht. Die Argumentation **vor** der Globalisierung ist anders. Normalerweise gibt es Gewinner und Verlierer in diesem Prozess!

z. B.	Verlierer:	Bauern
	Gewinner:	Konsumenten
oder	Verlierer:	Niedrig qualifizierte Arbeiter
	Gewinner:	Hoch qualifizierte Arbeiter, Kapitalbesitzer

Interessante Frage: Könnten die Verlierer kompensiert werden?

II. 6. Stabilität

Fragen: Stabilitätseigenschaft des Walras-Gleichgewichts: Es gibt keine „konstruktiven Einwände“ (weil im Kern).

Fragen-	Stabilität gegenüber Preisveränderungen?
kom-	Wie kommt man überhaupt zu Preisen?
plex	Eindeutiges Gleichgewicht?

Mit dem Fragenkomplex sind wir zurück in der Diskussion der ersten Stunde: Märkte sollen Informationen verarbeiten, d. h. **Preise** finden. Jetzt aber statt realer Marktorganisationen

Hypothetische Organisationen:

• Der Walrasianische Auktionator

- ruft Preise aus
- sammelt Informationen über Angebot und Nachfrage
- setzt Preise fest, wen Angebot = Nachfrage

Schwierigkeit: Existiert nicht außer in Teilmärkten (Börsen), kann nicht existieren.

• Preisführer/Planwirtschaft

- einer legt die Preise fest
- die anderen bestimmen die Mengen

Schwierigkeit: Existiert ebenfalls nur in Teilmärkten

- Preisanpassungshypothesen
  - viele Perioden, Haushalte erhalten immer wieder alte Erstausstattung (Arbeitsleistungen, landwirtschaftliche Produktion)
  - Handel findet zu Nichtgleichgewichtspreisen statt
  - Pos. Überschussnachfrage auf einem Markt k $\Rightarrow$
    $\dot{p}_k = dp_k / dt > 0$
  - Neg. Überschussnachfrage auf einem Markt k $\Rightarrow$ $\dot{p}_k < 0$

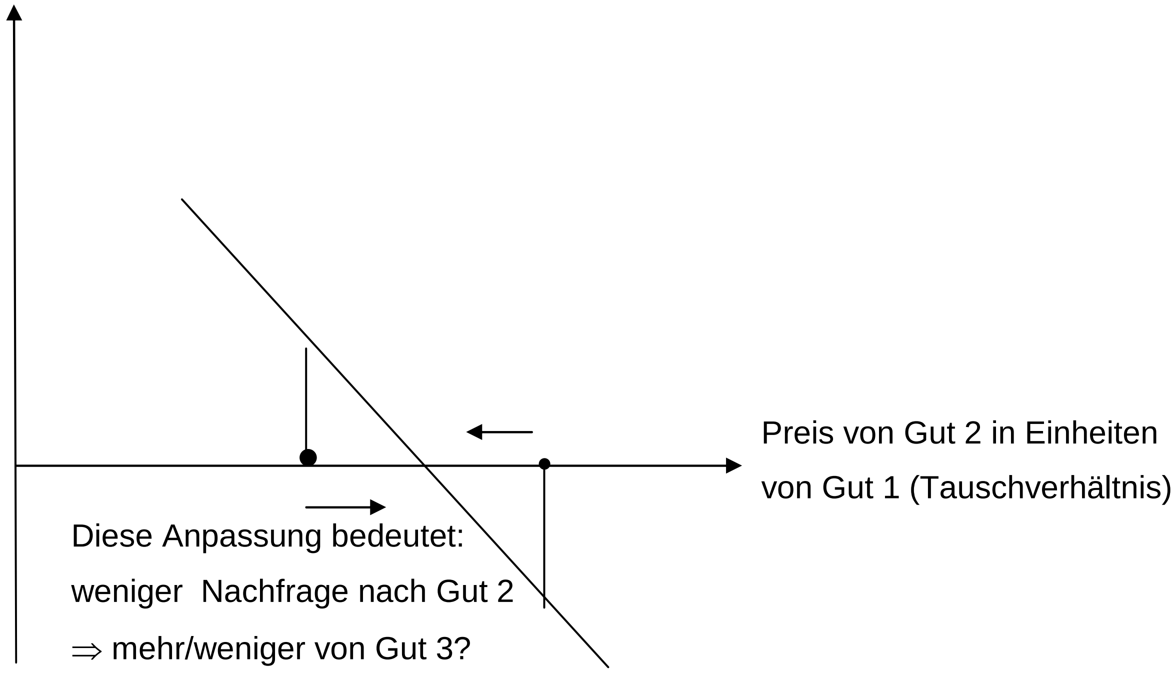
    z. B. $\dot{p}_i(t) = \alpha\left(\sum_i x^i(p) - \sum_i y^i\right)$

    Falls p (t) $\rightarrow$ p^* für t $\rightarrow \infty$ dann ist p^* (lokal) stabiles Walras-Gleichgewicht. Global stabil $\Rightarrow$ einziges stabiles Gleichgewicht.

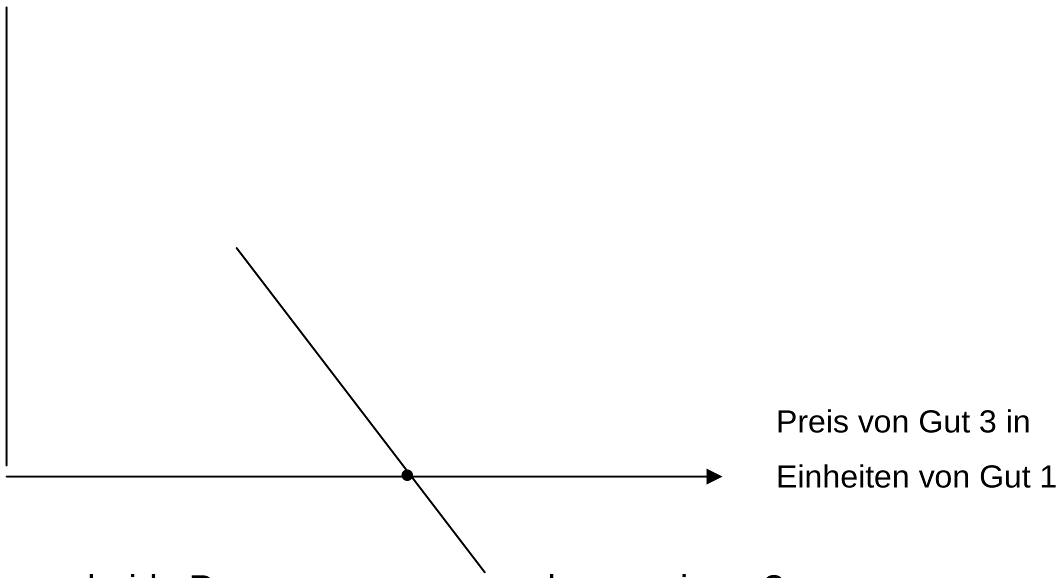
Im Grunde allerdings ist keine dieser und anderer Vorstellungen befriedigend! Transaktionskostenüberlegungen: Verluste beim Tausch mit „falschen Preisen“.

Wir wollen die Preisanpassungshypothese trotzdem akzeptieren. Führt sie immer zum Gleichgewicht? Bei einem Gut? Bei vielen Gütern?

Überschussnachfrage Gut 2



Überschussnachfrage Gut 3



Können beide Prozesse zusammen konvergieren?

Sätze über Stabilität in der Literatur – sehen Sie selbst nach!

II.7. Gleichgewicht auf allen Märkten: Das totale Konkurrenzgleichgewicht

Fragen: Gibt es einen Preisvektor, bei dem Angebot und Nachfrage für alle Güter übereinstimmen?

Wie werden die Einkommen der Haushalte in dieser Totalanalyse bestimmt?

Alle Preise gleichzeitig ermitteln?

$p_1, \ldots, p_n$: n Unbekannte

Preis des angebotenen Gutes

Nachfrage Unternehmen k nach Faktor i (Gut *i*) $\quad x_i^k = N_i^k(p_1, \ldots, p_i, \ldots, p_n)$

Preise anderer Inputs

Angebot Unternehmen *k* von Gut *i* $\quad Z_i^k = Z_i^k(p_1, \ldots, p_i, \ldots, p_n)$

Angebot Haushalt *j* von Faktor *i (= Gut i)* $\quad A_i^j = A_i^j(p_1, \ldots, p_n)$

(Vor allem Angebot von Arbeit, Kapital, Land)

Nachfrage Haushalt *j* nach Gut *i* $\quad y_i^j = y_i^j(E_j, p_1, \ldots, p_n)$

Gewinn Unternehmen *k* $\quad = G_k = \sum_i Z_i^k p_i - \sum_i x_i^k p_i$

Einkommen Haushalt *j* $\quad = \sum_i A_i^j p_i + \underbrace{\text{Gewinnanteile}}_{= \sum_k \alpha_j^k \cdot G_k}$

⇒ In Haushaltsnachfrage kann E_j durch Funktion der Preise ersetzt werden:

$$E_j = \sum p_i A_i^j (p_1,..., p_n) + \sum_k \alpha_k^j G_k$$

⇒ Gleichgewicht

$$\sum_j y_i^j + \sum_k N_i^k = \sum_k Z_i^k + \sum_j A_i^j, \quad i = 1,...,n$$

Nachfrage = Angebot

⇒ Jede der Funktionen ist homogen vom Grad 0 in den Preisen.

⇒ **Ein Preis kann beliebig festgelegt werden**, denn in allen Gleichungen können Preise (und damit Einkommen) mit einem Faktor multipliziert werden.

Man kann weiterhin zeigen, dass unter plausiblen Annahmen (konvexe Indifferenzkurven, Isoquanten, keine steigenden Skalenerträge,...)

⇒ Gleichgewicht existiert, ist eindeutig bis auf Faktor, stabil.

Beispiel: 2 Güter

Konsumgut, Preis p — Freizeit, Preis w

Menge y bzw. z — Menge

m Unternehmen: Produktionsfunktion $z = A^{1/2}$, A = eingesetzte Arbeitszeit

2 m Haushalte: Nutzenfunktion $U = F^2 y$

F = Freizeit

m "Arbeiterhaushalte" mit Einkommen $E_1 = 24w$

m "Unternehmerhaushalte“ mit Einkommen $E_2 = 24w$ + Gewinn eines Unternehmens.

Kosten für die Produktion von z

$K(z) = z^2 \bullet w$

(Um z herzustellen sind laut Produktionsfunktion $A = z^2$ Arbeitsstunden nötig)

Angebot der Unternehmen:

$p = GK = 2z \cdot w$

$\Rightarrow z = \frac{p}{2w}$

Gesamtangebot $= m\frac{p}{2w}$

Nachfrage der Unternehmen:

$$A = z^2 = \left(\frac{p}{2w}\right)^2$$

Gesamtnachfrage = $m \cdot \left(\frac{p}{2w}\right)^2$

Gewinn eines Unternehmers **=** $pz - wz^2$

$$= \frac{p^2}{2w} - \frac{p^2}{4w} = \frac{p^2}{4w}$$

Haushalte maximieren Nutzen

GRS = Preisverhältnis

$$\frac{\partial U / \partial F}{\partial U / \partial y} = \frac{w}{p}$$

$$\frac{2Fy}{F^2} = \frac{w}{p}$$

$$\frac{2y}{F} = \frac{w}{p} \Rightarrow y = \frac{F}{2} \cdot \frac{w}{p}$$

Budgetrestriktion Arbeiter: $24w = F_1 w + y_1 p$

Budgetrestriktion Unternehmer: $24w + \frac{p^2}{4w} = F_2 w + y_2 p$

Einsetzen der Marginalbedingung in die Budgetrestriktionen ergibt:

- Jeder Arbeiter arbeitet A_1 = 8 Stunden
- Jeder Unternehmer arbeitet $A_2 = 8 - \frac{1}{6}\frac{p^2}{w^2}$ Stunden
- Damit ergibt sich für das Gleichgewicht auf dem Arbeitsmarkt:

$$m \cdot \left(\frac{p}{2w}\right)^2 = m \cdot 8 + m \cdot \left(8 - \frac{1}{6}\frac{p^2}{w^2}\right)$$

Nachfrage Angebot

$$\frac{p}{w} = 8 \cdot \sqrt{\frac{3}{5}}$$

Reallohn $\frac{w}{p} = \frac{1}{8} \cdot \sqrt{\frac{5}{3}}$

Das Gleichgewicht auf dem Gütermarkt ergibt dasselbe Ergebnis.

Zusammenfassung:

Im Falle vollständiger Konkurrenz gibt es einen Preisvektor (festgelegt bis auf einen Faktor), der die Planungen der Haushalte und Unternehmen koordiniert, d.h. bei dem Gesamtangebot = Gesamtnachfrage für alle Güter gilt.

Was aber, wenn diese Voraussetzungen der vollständigen Konkurrenz nicht gelten? Was ist, wenn es Anbieter oder Nachfrager gibt, die nicht "klein" gegenüber dem Gesamtangebot (der Gesamtnachfrage) sind?