

Jano Costard  
5. Semester VWL (Bachelor)  
Seminar: Spieltheorie und Verhalten  
Betreuer: Prof. Bolle

# Modeling Altruism and Spitefulness in Experiments

## Inhalt

1.	Einleitung .....	1
2.	Modell.....	2
3.	Experimente und Ergebnisse.....	3
3.1.	Das Ultimatumspiel .....	4
3.2.	Das <i>Centipede Game</i> .....	8
3.3.	Das <i>Public Goods Game</i> .....	12
4.	Schlussfolgerung .....	14
5.	Anhang.....	15
6.	Literatur .....	17

## 1. Einleitung

Die klassische Annahme der Eigennutzorientierung ist falsch. Sobald wir in Kooperation mit anderen Menschen treten ist unsere Entscheidung nicht mehr nur davon abhängig welche Auswirkung diese Kooperation auf uns hat, sondern auch, wie unser Partner von der Entscheidung betroffen ist. Dies suggerieren jedenfalls die Ergebnisse einer Reihe ökonomischer Experimente(siehe bspw. Roth et al (1991) und Isaac und Walker (1988)). Daher stellt sich die Frage, wie man den Weg der einfach zu modellierenden Eigennutzorientierung verlassen kann und gleichzeitig komplexere Verhaltensweisen in dennoch handhabbaren Modellen abbilden kann. Ein leicht zu analysierendes Modell erhält

man im Fall einer lineare Nutzenfunktion, die sowohl abhängig ist von der eigenen Auszahlung als auch von der des Kooperationspartners(Ledyard 1995). Allerdings können auch diese Modelle das Verhalten von Probanden in Experimenten nur sehr begrenzt abbilden. Daher wird im Folgenden ein weiterer Ansatz untersucht. Die Frage die hier beantwortet werden soll ist, ob ein Modell, das das Ausmaß an Altruismus beim Partner in Betracht zieht, menschliches Verhalten in Experimenten erklären kann. Um diese Frage zu klären wird nachfolgend das Modell kurz dargestellt. Im Anschluss werden die Parameter dieses Modells mit Hilfe von Ergebnissen des Ultimatumspiels geschätzt und danach mit Daten eines *Centipede Spiels* und eines *Public Goods Game* überprüft. Ergänzend werden Schwachpunkte der verwendeten Methoden offengelegt und abschließend wird der Wert des Modells in Rahmen der ökonomischen Modellierung von Verhalten diskutiert.

## 2. Modell

Eine einfache und intuitiv naheliegen Art und Weise Altruismus oder *Spite* in ein Modell einzubeziehen ist über folgende lineare Nutzenfunktion:

$$U_i = x_i + \alpha x_j \quad \text{mit } i \neq j \text{ und } -1 \leq \alpha \leq 1$$

Hier wird deutlich, dass der Nutzen von Person  $i$  nicht nur von seiner eigenen Auszahlung  $x_i$  abhängt, sondern auch von der Auszahlung  $x_j$  einer anderen Person. Dabei ist es naheliegend  $\alpha$  auf dem Intervall  $[-1,1]$  zu definieren. Das heißt, dass der Auszahlung der anderen Person kein größerer Wert zugemessen wird als der Eigenen. Außerdem kann man sich vorstellen, dass eine Person  $i$  mit  $\alpha > 0$  altruistisch ist, wohingegen  $\alpha < 0$  eine gemeine Person kennzeichnet. Für den Fall von  $\alpha = 0$  liegt der klassische Fall des eigennutzorientierten Individuums vor.

Allerdings lässt sich diese Nutzenfunktion nicht mit Hilfe von Experimenten validieren<sup>1</sup>. Das lässt darauf schließen, dass die zu Grunde gelegte Nutzenfunktion in ihrer funktionalen Form oder aber in ihren unabhängigen Variablen fehlspezifiziert ist. David K. Levine schlägt an dieser Stelle eine Modifikation vor, die weitere Einflussgrößen in der Nutzenfunktion berücksichtigt. Auch er wählt eine relativ einfach zu analysierende lineare Nutzenfunktion:

---

<sup>1</sup> Betrachtet man die Ergebnisse von Ultimatum Experimenten, so kann man aus den Ablehnungsraten den Anteil der altruistischen und gemeinen Spieler ermitteln und schätzen wie stark diese Ausprägung bei ihnen ist. Unter der Annahme, dass der erste Spieler der gleichen Population angehört lässt sich auch auf diese Spieler die Verteilung von Altruismus anwenden. Damit ist es möglich zu berechnen wie viel diese ersten Spieler für sich fordern sollten. Die Ergebnisse von Experimenten zeigen jedoch, dass die Forderungen der Spieler nach der Theorie größer sind, als die in den Ergebnissen beobachteten (Levine 1997).

$$v_i = u_i + \sum_{j \neq i} \frac{a_i + \lambda a_j}{1 + \lambda} u_j$$

mit  $i \neq j$  und  $-1 \leq a \leq 1$

Hierbei erhält jeder Spieler  $i$  einen direkten Nutzen  $u_i$ . Dabei kann man sich vorstellen, dass dieser direkte Nutzen beispielsweise eine monoton steigende Transformation der Auszahlung aus einem Experiment ist. Der erweiterte Nutzen  $v_i$  hängt dann aber noch davon ab, wie Person  $i$  den Nutzen des Gegenübers für sich bewertet, wobei die Koeffizienten  $a_i$  im Intervall  $[-1,1]$  liegen. Darüber hinaus lässt sich motivieren, dass  $0 \leq \lambda \leq 1$  ist. Im Fall von  $\lambda = 0$  wären wir damit wieder im zuvor beschriebenen Modell. Der zusätzliche Wert dieser Spezifizierung wird aber erst für  $\lambda > 0$  deutlich, denn dies bedeutet ein Element von Fairness oder Reziprozität in das Modell mit aufzunehmen. Ein entscheidender Vorteil dabei ist, dass nicht definiert werden muss was Fairness nun im Speziellen beinhaltet. Es bedeutet hier einfach nur, dass ein Spieler bereit ist altruistischer zu sein wenn auch sein Gegenüber altruistisch ist.

Im Weiteren wird angenommen, dass die Spieler unabhängig aus einer Population gezogen werden, deren Altruismuskoeffizienten durch eine Verteilungsfunktion  $F(a_i)$  repräsentiert werden. Der Koeffizienten  $a_i$  ist dabei Person  $i$  bekannt, nicht aber seinen Gegenspielern  $j$ . Aus diesem Grund werden auch die später beschriebenen Spiele als baysianische Spiele modelliert. Zu beachten ist dabei aber, dass Spieler durch ihre Entscheidungen während der Spiels Informationen über ihren Typ, also ihr persönliches  $a_i$  offenbaren.

In den betrachteten Spielen wird der direkte Nutzen von Levine durch die Auszahlungen abgebildet. Dem unterliegt die Annahme, dass die erhaltenen Geldbeträge so gering sind, dass die Form der Nutzenfunktion keine entscheidende Auswirkung auf die Entscheidung der Spieler hat. Sollte Geld nicht an einen der Spieler ausgezahlt werden, so geht es an den Leiter des Experiments. Wenn man nun davon ausgeht, dass der Grenznutzen des Experimentator für das erhaltene Geld null ist<sup>2</sup>, so wird aus Sicht der Spieler alles Geld was sie nicht erhalten praktisch verbrannt.

### 3. Experimente und Ergebnisse

Levine hat seine Theorie mit Hilfe von verschiedenen Experimenten aus der Literatur experimenteller Wirtschaftsforschung überprüft.

---

<sup>2</sup> Da der Experimentator im Idealfall nur Interesse am zielführenden Ablauf der Experimente hat und nicht an seiner eigenen finanziellen Situation ist es durchaus zu motivieren, dass der Grenznutzen hier null beträgt

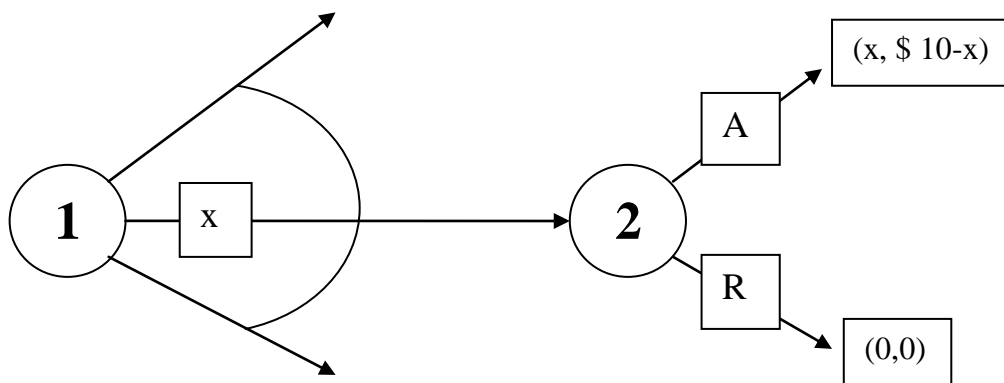
Im Hinblick auf viele Experimente wird deutlich, dass es innerhalb des Experiments zu Lerneffekten kommt. Um zu überprüfen, ob die Ergebnisse aus den Experimenten die Theorie bestätigen können werden daher nur die letzten Runden der Experimente betrachtet, also ein Zeitpunkt zu dem die Spieler bereits in der Lage waren ein „Gleichgewicht“ zu „lernen“. Nichtsdestotrotz werden die Spieler nach jeder Runde wieder neu gemischt, wodurch Effekte wiederholter Spiele oder Reputation zwischen den Runden vermieden werden können.

### 3.1. Das Ultimatumspiel

Als Grundlage der Evaluation seiner Theorie verwendet Levine die Ergebnisse eines Ultimatumspiels aus Roth et al (1991). Roth et al führen dieses Experiment in vier verschiedenen Ländern durch, den USA, Japan, Israel und Slowenien<sup>3</sup>. In der Durchführung dieser Experimente wurde größten Wert darauf gelegt, dass die Unterschiedlichen Experimentatoren das Ergebnis nicht beeinflussen und der Umstand der unterschiedlichen Währungen die Vergleichbarkeit nicht beeinträchtigt.

Das Spiel in extensiver Form sieht dann wie folgt aus:

**Abbildung 1:** Ultimatumspiel in extensiver Form



Bei dem hier durchgeführten Ultimatumspiel hat Spieler 1 einen Betrag von \$10 zur Verfügung. Er kann dann entscheiden wie viel er von dieser Summe für sich fordert und wie viel er an Spieler 2 abgibt. Im zweiten Schritt kann Spieler 2 diese Aufteilung des Geldes annehmen („A“) oder ablehnen („R“). Ist er mit der Forderung von Spieler 1 einverstanden, so erhält jeder Spieler die Auszahlung, wie sie von Spieler 1 zu Beginn des Spiels gewählt wurde. Lehnt Spieler 2 ab, erhalten beide Spieler eine Auszahlung von 0.

Gemäß Spieltheorie, die von eigennutzorientierten Spielern ausgeht, sollte Spieler 2 jede Forderung kleiner \$10 annehmen. Das Konzept der Teilspielperfektheit legt nun nahe, dass

<sup>3</sup> Damals Teil Jugoslawiens.

Spieler 1 mindestens \$9,95<sup>4</sup> für sich fordern sollte. Spieler 2 stellt sich mit den für ihn verbleibenden 5 Cent besser als mit einer Auszahlung von 0, die er bei Ablehnen erhalten würde und nimmt das Angebot an. Allerdings wird dieses Verhalten äußerst selten in Experimenten beobachtet, Spieler 1 fordert in den meisten Fällen wesentlich weniger als \$9,95 für sich. Die im Folgenden verwendeten Ergebnisse aus den Experimenten von Roth et al (1991) sind in Tabelle 1 abgebildet, wobei es sich um die Ergebnisse der letzten von jeweils 10 Runden handelt.

**Tabelle 1:** Ergebnisse der letzten Runden des Ultimatumspiels in Roth et al (1991)

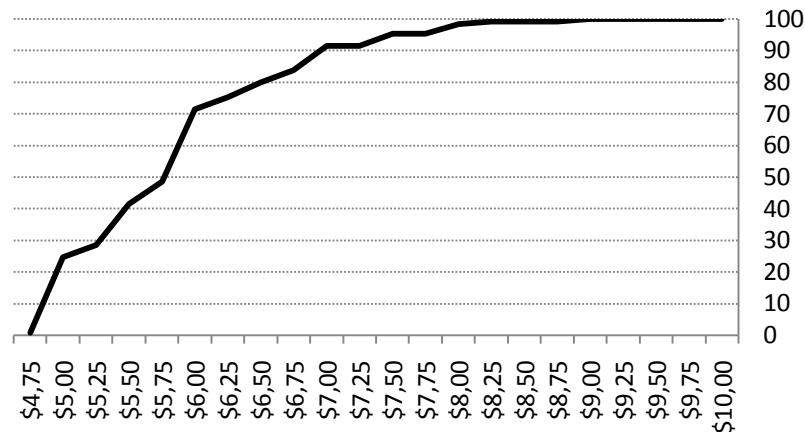
Forderung Spieler 1	Anzahl der Beobachtung	Annahmerate
\$9,00	1	100%
\$8,25	1	100%
\$8,00	4	50%
\$7,50	5	80%
\$7,00	10	80%
\$6,75	5	20%
\$6,50	6	83%
\$6,25	5	80%
\$6,00	30	83%
\$5,75	9	100%
\$5,50	17	71%
\$5,25	5	100%
\$5,00	31	100%
\$4,75	1	100%

Wie in Tabelle 1 zu sehen gibt es zwar hohe Forderungen von Spieler 1, aber selbst die höchste, von \$9,00 reicht nicht an die \$9,95 heran, die aus spieltheoretischen Überlegungen abgeleitet wurden. Betrachtet man die empirische Verteilungsfunktion in Abbildung 2, so wird deutlich, dass über 70% der Spieler 1 \$6,00 oder weniger für sich forderten. Im Gegensatz dazu ist es schwer eine Aussage über die Verteilung der Annahmeraten zu machen. Gemäß spieltheoretischen Überlegungen sollte jede von Spieler 1 geforderte Summe von Spieler 2 angenommen werden. Dies war allerdings nicht der Fall, was die Annahme stützt, dass die Spieler nicht rein eigennutzorientiert handeln. Allerdings fällt eine

<sup>4</sup> Die kleinste wählbare Geldeinheit betrug 5 Cent.

Aussage schwer dass die hohen Forderungen von Spieler 1 häufiger abgelehnt werden als die niedrigen. So beträgt die Annahmerate bei der Forderung von \$8,00 50% und bei \$5,00 100%, dennoch sind die niedrigen Beobachtungszahlen ab Forderungen von \$6,00 aufwärts Grund die Signifikanz der Ergebnisse in Frage zu stellen. Dies betrifft vor allem die Annahmeraten bei \$9,00 und \$8,25, die sicherlich nicht repräsentativ sind.

**Abbildung 2:** Empirische Verteilungsfunktion der von Spieler 1 geforderten Beträge (interpoliert)



Um im Weiteren das Problem der Stichprobengröße zu verringern, hat Levine in seiner Arbeit die Daten klassiert. In diesem Zusammenhang wurden die Forderungen von \$4,75 bis \$5,25 in der Klasse der \$5,00 Forderungen zusammengefasst. Ebenso bilden die Forderungen von \$5,50 bis \$6,50 die Klasse der \$6,00 Forderungen und alle Forderungen größer \$6,75 werden in einer Klasse als \$7,00 Forderungen behandelt. Somit bilden die Daten die in Tabelle 2 dargestellten Klassen.

**Tabelle 2:** Ergebnisse der letzten Runden des Ultimatum Spiels in Roth et al (1991), klassiert

Forderung	Anzahl d. Forderungen	Relative Häufigkeit der Forderung	Anzahl akzeptierter Forderungen	Annahmerate	Angepasste Annahmerate
\$5,00	37	28%	37	100%	100%
\$6,00	67	52%	55	82%	80%
\$7,00	26	20%	17	65%	65%

Levine nimmt an, dass die Verteilungsfunktion  $F$  der Altruismuskoeffizienten Gewicht auf drei Punkte legt, für die gilt  $\bar{a} > a_0 > \underline{a}$ . Diese repräsentieren altruistische, normale und gemeine Typen. Er geht dann davon aus, dass die von ihm durch Klassierung gebildeten Gruppen die drei genannten Typen widerspiegeln. Das Modell muss also ein Gleichgewicht

liefern, in dem die altruistischen Spieler \$5,00, die normalen Spieler \$6,00 und die gemeinen Spieler \$7,00 für sich fordern. Dabei muss, entsprechend der relativen Häufigkeiten im Experiment, die Wahrscheinlichkeit für altruistische Typen bei 28% liegen, bei normalen bei 52% und bei gemeinen Typen bei 20%. Als weitere Grundlage zur Bestimmung der Parameter betrachtet Levine die Annahmeraten der unterschiedlichen Forderungen. Dabei werden die \$5,00 Forderungen der Altruisten von jedem Spieler 2 angenommen, egal welcher Typ er ist. Im Gegensatz dazu wird die \$6,00 Forderung der normalen Typen von 82% angenommen. Betrachtet man den Anteil von Altruisten und normalen Typen kommt man zusammen auf 80%. Daher argumentiert Levine, dass die 82% Annahmerate auf Stichprobenfehler zurück zu führen sind und stützt dieses Vorgehen damit, dass eine Annahmerate von 80% nicht zu den gängigen Signifikanzniveaus abgelehnt werden kann. Genau das gibt auch die Spalte „Angepasste Annahmerate“ in Tabelle 2 wider. Es wird also argumentiert, dass die \$6,00 Forderungen von allen Altruisten und normalen Typen angenommen wird. Die Annahmerate der \$7,00 Forderung liegt dagegen nur bei 65%. Levine schließt daraus, dass diese Forderung von allen Altruisten angenommen wurde, die 28% der Population ausmachen. Es müssen also noch die restlichen 37% erklärt werden. Da eher normale Typen als gemeine diese Forderung annehmen, müssen diese restlichen 37% durch normale Typen gestellt werden. Da in der Population gemessen an den Forderungen aber 52% normale Typen vorhanden sind spezifiziert Levine ad hoc, dass 71% dieser normalen Typen die Forderung annimmt, was die fehlenden 37% ergibt. In diesem Fall begründet er das Vorgehen damit, dass die normalen Typen gegenüber der \$6,00 Forderung indifferent sind.

Ich halte diese ad hoc Spezifizierungen allerdings für schwierig. Zwar lässt sich die gewählte Klassierung der Daten anhand der Ergebnisse nachvollziehen, ich nehme aber nicht an, dass sich dieses Muster auf andere Ergebnisse des gleichen Spiels verallgemeinern lässt. Außerdem scheint mir die Anpassung von 82% auf 80% Annahmerate bei den \$6,00 Forderungen eher kosmetischer Natur zu sein, als durch das Verhalten der Spieler oder schwerwiegende Stichprobenfehler motiviert zu sein. Es liegt nahe, dass es bei den vorliegenden Beobachtungszahlen schwierig ist eine signifikante Abweichung von 80% nachzuweisen. Darüber hinaus macht Levine keinerlei Aussage darüber, wie die normalen Typen innerhalb des relevanten Bereichs verteilt sind. Aus diesem Grund ist es nicht unbedingt naheliegend die 71% Annahmerate bei den normalen Typen für \$7,00 Forderungen mit Indifferenz zu erklären. Da zur Berechnung von Gleichgewichten im Folgenden nicht von Intervallen ausgegangen wird in denen sich die Typen verteilen

sondern von exakten Werten für die Parameter, wäre es in diesem Fall naheliegender unter Indifferenz eine Annahmerate von 50% zu unterstellen<sup>5</sup>.

Nichtsdestotrotz lassen sich Restriktionen formulieren, die die Werte für konsistente Koeffizienten eingrenzen. Da diese Restriktionen wichtiger Bestandteil der Ermittlung der Koeffizienten sind, hier aber den Rahmen der Arbeit ausreizen würden, sind sie in Lemma A im Anhang dargestellt.

Besonders wichtig ist es zu zeigen, dass  $\lambda = 0$  nicht konsistent mit den Daten ist, denn in diesem Fall hätten wir das ursprüngliche Modell mit einer Nutzenfunktion, die nur das Ausmaß des eigenen Altruismus berücksichtigt. Dazu wird Gleichung (6) aus Lemma A verwendet:

$$3 + \frac{a_0 + \lambda \underline{a}}{1 + \lambda} 7 = 0$$

Sie sagt aus, dass der normale Typ indifferent ist gegenüber der \$7,00 Forderung.

Im Fall  $\lambda = 0$  wäre  $a_0 = -3/7$ , was in einem Intervall von  $[-1, 1]$  für den Parameter einen relativ gemeinen normalen Typ bedeuten würde. Es zeigt sich aber darüber hinaus, dass der relative Nutzen für diesen normalen Typen aus der \$6,00 Forderung mit \$3,43 kleiner ist als der relative Nutzen aus der \$7,00 mit \$3,71. Das widerspricht der Beobachtung, dass normale Typen \$6,00 fordern. Somit ist  $\lambda = 0$  nicht konsistent mit den Daten.

Mit Hilfe der in Lemma A im Anhang dargestellten Ungleichungen, die die Gleichgewichte charakterisieren, lassen sich Intervalle für die einzelnen Koeffizienten berechnen<sup>6</sup>. In Gleichgewichten gilt damit  $-0,301 \leq a_0 \leq -0,095$ ,  $-1 \leq \underline{a} \leq -0,73$  und  $0,222 \leq \lambda \leq 0,584$ . Für den Parameter  $\bar{a}$  gibt es einen sehr weiten Bereich für den sich Gleichgewichte finden lassen, dieser erstreckt sich fast über den kompletten positiven Definitionsbereich des Koeffizienten. Er wird daher in einem weiteren Experiment näher eingegrenzt.

### **3.2. Das Centipede Game**

Bei diesem Experiment handelt es sich um einen weiteren Fall, in dem die klassische Spieltheorie die Ergebnisse aus Experimenten nicht befriedigend erklären kann. Levine nutzt hier das Ergebnis eines Centipede Spiels von McKelvey und Palfrey (1992). Wie schon im Ultimatum Spiel wurde versucht das Verhalten im Gleichgewicht zu untersuchen und nicht den Lernprozess in den ersten Runden des Spiels. Daher handelt es sich bei den

---

<sup>5</sup> Haben alle normalen Typen den gleichen Parameter sollten sie sich bei Indifferenz zufällig verteilen, was zu einer Annahmerate von 50% führt.

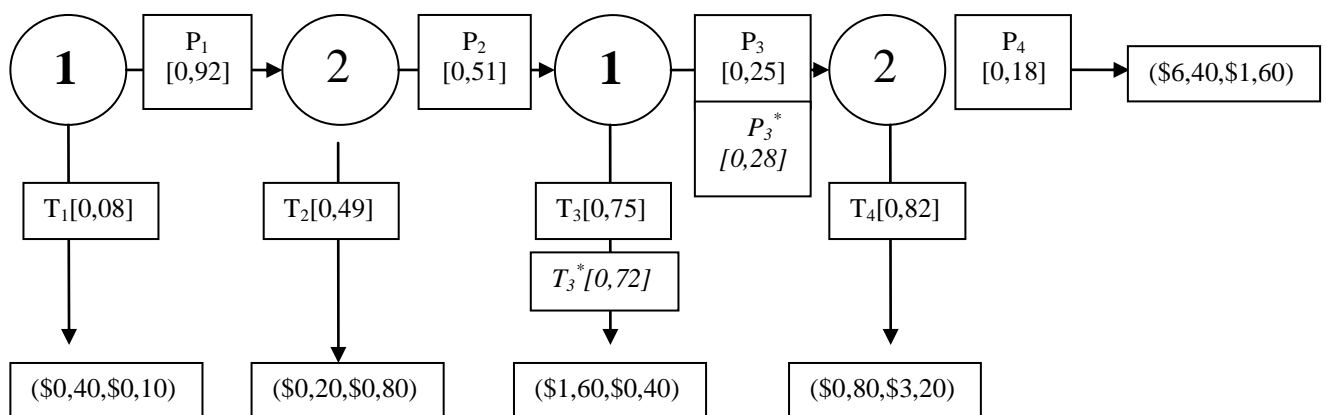
<sup>6</sup> Für Details siehe Proposition 4 im Anhang von Levine (1997)



Daten um die letzten 5 von 10 Runden aus insgesamt 29 Experimenten. Um wiederum Effekte wiederholter Spiele zu eliminieren, wurden die Spieler nach jeder Runde einem neuen Partner zugeordnet. In Abbildung 3 ist das Spiel in extensiver Form dargestellt und beinhaltet sowohl Auszahlung als auch die abhängigen Wahrscheinlichkeiten für die Entscheidungen der Spieler.

Bei den Ergebnissen fällt auf, dass 18% der Spieler 2 im letzten Zug die kleinere von den zwei möglichen Auszahlungen wählen; sie verschenken praktisch

**Abbildung 3:** Centipede Spiel mit abhängigen Wahrscheinlichkeiten und Auszahlungen



Geld. Dieses Verhalten ist nicht nur inkonsistent in Bezug auf eine eigennutzorientierte Theorie, gemäß Spieltheorie sollte Spieler 2 überhaupt gar nicht erst dazu kommen eine Entscheidung zu treffen. Über *backward induction* lässt sich das Nash Gleichgewicht finden: Spieler 1 sollte in der ersten Runde aussteigen und erhält eine Auszahlung von \$0,40. Offensichtlich tun dies aber nur 8% der Spieler. Beide Beobachtungen liefern also Grund zur Annahme, dass Altruismus hier eine Rolle zur Erklärung des Verhaltens spielen kann.

Um die Theorie zu testen muss allerdings noch der letzte fehlende Parameter  $\bar{a}$  bestimmt werden. In diesem Zusammenhang werden zuerst einige Annahmen getroffen: Betrachtet man den Anteil an Spieler 1, der bereits in der ersten Runde aussteigt sieht man, dass der Anteil von 8% vernachlässigbar klein ist. Man kann also davon ausgehen, dass bei Spieler 1 letzter Entscheidung noch die originale Verteilung von Typen im Spiel ist. Also 28% Altruisten, 52% normale Typen und 20% *spiteful types*. In diesem Punkt des Spiels entscheiden sich 25% der Spieler 1 weiter zu spielen. Da dieser Anteil sehr nah an den 28% an Altruisten liegt, nimmt Levine an, dass alle Altruisten weiter spielen und die Abweichung um 3% im Rahmen der Stichprobenabweichung liegt.  $P_3^*$  und  $T_3^*$  in

Abbildung 3 geben damit die korrigierten abhängigen Wahrscheinlichkeiten an. Im Gegensatz dazu ist der Anteil bei den Spielern 2, die in ihrem letzten Zug nicht aus dem Spiel gehen und die größere Auszahlung wählen mit 18% geringer als der Anteil der Altruisten. In dem Zusammenhang kann man wieder argumentieren, dass die Altruisten in diesem Fall indifferent sind und ihre Entscheidung zufällig treffen. Da nur noch altruistische Spieler 1 im Spiel sind und altruistische Spieler 2 indifferent in ihrem letzten Zug sind muss folgende Gleichung gelten:

$$3,20 + \frac{\bar{a} + \lambda\bar{a}}{1 + \lambda} 0,80 = 1,60 + \frac{\bar{a} + \lambda\bar{a}}{1 + \lambda} 6,40$$

Hieraus lässt sich der bisher noch nicht näher eingegrenzte Parameter  $\bar{a} = 2/7 \approx 0,29$  bestimmen und die Theorie kann nun getestet werden. Levine vergleicht dafür die Entscheidung der Typen die im Experiment getroffen wurde mit den Vorhersagen der Theorie, gestützt auf die ermittelten Parameter. Für die Berechnung verwendet er dabei Parameterwerte, die in der Mitte der in Frage kommenden Intervalle liegen. Im speziellen bedeutet dies  $\lambda = 0,45$ ,  $\underline{a} = -0,9$  und  $a_0 = -0,22$ .

Betrachtet man die letzte Entscheidung von Spieler 1 ist klar, dass zu diesem Zeitpunkt noch 55% der Spieler 2 Altruisten sind und die restlichen 45% normale Typen. Das ergibt sich daraus, dass von den 51% der Spieler 2, die noch im Spiel geblieben sind 28% Altruisten sind, wohingegen sich unter den 49% ausgeschiedener Spieler 2 alle gemeinen Typen befinden und somit der Rest aus normalen Typen besteht. Spieler 1's Gewicht auf den Nutzen von Spieler 2 in seinem letzten Zug ist also wie folgt definiert:

$$a_T \equiv \frac{a_0 + \lambda(0,55\bar{a} + 0,45a_0)}{1 + \lambda} = -0,13.$$

Falls Spieler 1 das Spiel verlässt, erhält er einen relativen Nutzen von  $1,60 + a_T 0,40 = 1,55$ . Oder er bleibt im Spiel und hat eine 18% Chance auf einen altruistischen Spieler 2 zu treffen und selber \$6,40 zu bekommen. Zusammen mit den \$1,60 Auszahlung für Spieler 2 ergibt das einen Nutzen von \$6,31:

$$6,40 + \frac{a_0 + \lambda\bar{a}}{1 + \lambda} 1,60 = 6,31.$$

Trifft er dagegen mit 82% Wahrscheinlichkeit auf einen normalen Typen oder einen Altruisten der selbst entschließt die hohe Auszahlung zu wählen<sup>7</sup>, so erhält er einen Nutzen von \$0,33:

$$0,80 + \frac{a_0 + \lambda(0,55a_0 + 0,45\bar{a})}{1 + \lambda} 3,20 = 0,33.$$

<sup>7</sup> Da altruistische Spieler 2 in ihrer letzten Entscheidung indifferent sind gibt es auch einige, die die Hohe Auszahlung für sich wählen.

Es ergibt sich damit ein Erwartungsnutzen in Höhe von \$1,40 aus der Entscheidung weiter zu spielen. Da dieser niedriger ist als der Nutzen aus der Entscheidung das Spiel zu verlassen sollte ein normaler Spieler 1 das Spiel in seinem letzten Zug verlassen. Gleichmaßen sollte dann natürlich auch jeder gemeine Typ das Spiel verlassen und Levine folgert aus der geringen Differenz der Nutzen, dass normale Spieler nahe an Indifferenz sind und Altruisten daher im Spiel bleiben sollten<sup>8</sup>. Verfolgt man diese Berechnungen auch für die anderen Entscheidungen der Spieler kommt man zu den in Tabelle 3 dargestellten Ergebnissen.

**Tabelle 3:** Entscheidungen von Spieler 1 und 2 im *Centipede Game*

Zug	Typ	Nutzen bei Beendigung	Nutzen bei Weiterspielen	Differenz
Spieler 1 letzter Zug	$\alpha_0$	\$1,55	\$1,40	\$0,15
Spieler 2 erster Zug	$\alpha_0$	\$0,76	\$0,85	-\$0,09
Spieler 1 erster Zug	$\underline{a}$	\$0,33	\$0,49	-\$0,16

Für den gemeinen Spieler 1 ist es gemäß der Theorie effektiver sich im ersten Zug dafür zu entscheiden im Spiel zu bleiben. Im Gegensatz zu Levine denke ich nicht, dass dieses Ergebnis die Theorie stützt. In Anbetracht der Tatsache, dass 20% der Population gemeine Typen sind, sind in diesem Schritt 40% dieser Typen aus dem Spiel ausgestiegen. Daneben müssten gemäß Theorie alle normalen Spieler 2 im ersten Zug im Spiel verbleiben. Auch dies geschieht nicht. Viel mehr suggerieren die Daten, dass 55% der normalen Typen das Spiel verlassen<sup>9</sup>. Beide Fälle sprechen deutlich stärker für Indifferenz als beispielsweise eine Quote von 71% die an früherer Stelle von Levine als Erklärung für Indifferenz genutzt wurde<sup>10</sup>. Nur der letzte Zug von Spieler 1 kann dazu dienen die Theorie mit Hilfe der Daten zu stützen, da sich Vorhersage und Beobachtung entsprechen. Nicht berücksichtigt werden kann dagegen der letzte Zug von Spieler 2, da dieser Grundlage der Bestimmung einer der Parameter war.

<sup>8</sup> Zum gleichen Urteil kommt man auch durch Berechnung von Erwartungsnutzen und Nutzen durch Aussteigen für Altruisten in diesem Punkt des Spiels.

<sup>9</sup> Angenommen alle gemeinen Spieler 2 scheiden aus dem Spiel aus verbleiben noch 29% der Population die aus dem Spiel aussteigt. Unter der Annahme, dass es sich hierbei um die normalen Typen handelt macht dies 55% der normalen Spieler 2 aus.

<sup>10</sup> Dem liegt die Annahme zu Grunde, dass sich die Spieler bei Indifferenz zufällig für eine der beiden Möglichkeiten entscheiden und somit 50% der Spieler im verbleiben und 50% der Spieler ausscheiden sollte.

Es zeigt sich nach meiner Sicht also ein durchwachsendes Ergebnis. Beachtet werden sollten dabei der relativ geringe Stichprobenumfang und der Umstand, dass die Arbeit von Levine hier keine Aussagen zur Signifikanz der Ergebnisse macht. Diese Aussagen sind auch mit den Daten aus der Arbeit nicht nachzulegen. Somit kann an dieser Stelle auf Grundlage der vorhandenen Daten aus meiner Sicht keinerlei Urteil gefällt werden, weder darüber ob die Indifferenz vielleicht doch nicht signifikant ist, noch darüber ob die Ergebnisse die Theorie wirklich bestätigen.

### 3.3. Das *Public Goods Game*

In einem weiteren Schritt zieht Levine die Ergebnisse eines *Public Goods Game* aus Isaac und Walker (1988) heran. Unter der Annahme linearer Auszahlung und Eigennutzorientierung sowie sinnvoll definierten Parametern sollten die Spieler ihr Vermögen für sich behalten und nicht investieren. Repräsentiert wird dies beispielsweise durch folgende Nutzenfunktion:

$$u_i = -m_i + \gamma \sum_{j=1}^n m_j$$

mit  $\gamma < 1$  und dem Vermögen normalisiert auf 1.

Wie im Centipede Spiel steht auch hier die spieltheoretische Überlegung im Gegensatz zu den Ergebnissen die man aus Experimenten erhält. Diese weisen in der Regel eine Investitionsneigung der Spieler auf, die, wenn auch abnehmend, in den meisten Fällen bis zur letzten Runde bestand hat.

Wendet man die Struktur des erweiterten Nutzens auf obige Nutzenfunktion an erhält man die erweiterte Nutzenfunktion für das *Public Goods Game*:

$$v_i = -m_i + \gamma(m_i + (n-1)\hat{m}_{-i}) + \frac{\alpha_i + \lambda\hat{a}}{1+\lambda} (n-1)(-\hat{m}_{-i} + \gamma(m_i + (n-1)\hat{m}_{-i}))$$

mit  $\hat{m}_{-i}$  als durchschnittliche Investition aller Spieler außer  $i$  und  $\hat{a}$  als durchschnittlicher Altruismusparameter.

Nach Differenzierung nach der eigenen Investition  $m_i$  erhält man die Bedingung für die Investition von Spieler  $i$ :

$$-1 + \gamma + \frac{\alpha_i + \lambda\hat{a}}{1+\lambda} (n-1)\gamma \geq 0.$$

Stellt man diese Ungleichung um lässt sich der *cut-off value* des Altruismusparameters für Investitionen  $\alpha^*$  bestimmen:

$$\alpha^* = \frac{(1-\gamma)(1+\lambda)}{(n-1)\gamma} - \lambda\hat{a}.$$

Isaac und Walker führten dieses Experiment in vier verschiedenen Ausführungen durch. Tabelle 4 gibt die unterschiedliche Ausgestaltung des Experiments an. Außerdem ist mit  $\bar{m}$  der Anteil der investierenden Spieler angegeben und  $a^*$  kennzeichnet wiederum den *cut-off value* für Investitionen.

**Tabelle 4:** Spezifizierung des *Public Good Game* und Anteil investierender Spiel sowie *cut-off values* je Spezifikation

$\gamma$	$n$	$\bar{m}$	$a^*$
0,3	4	0,00	1,13
0,3	10	0,07	0,38
0,75	4	0,29	0,17
0,75	10	0,24	0,06

Um die Theorie anhand dieser Daten zu testen vergleicht Levine den Anteil der investierenden Spieler und die *cut-off values* mit den ermittelten Spezifikationen für altruistische Typen. Die erste Spezifikation bestätigt die Theorie insofern, dass nicht investiert werden sollte, da der *cut-off value* nicht im Definitionsbereich der Parameter liegt, und es wird auch nicht investiert. Im zweiten *Treatment* ergibt sich ein *cut-off value* 0,38 und ein Anteil investierender Spieler von 7%. Beide Werte sind mit den bereits bestimmten Parametern und dem Anteil an Altruisten in der Population vereinbar. In der dritten Spezifikation liegt ein *cut-off value* von 0,17 und ein Anteil von 29% investierender Spieler vor. Auch dies bestätigt für Levine die Theorie. Nichtsdestotrotz sollte festgehalten werden, dass die obere Grenze für den Parameter normaler Typen mit -0.095 festgelegt wurde. Es muss sich bei den investierenden Spielern also um Altruisten handeln. Von denen wurde aber angenommen, dass sie nur 28% der Population ausmachen. Auch hier fehlt in der Arbeit von Levine eine Aussage zur Signifikanz der Ergebnisse ohne die eine verlässliche Aussage zur Validierung der Theorie nicht möglich ist. Darüber hinaus ist das Ergebnis des vierten Treatments in Bezug auf die anderen Ergebnisse nicht schlüssig. Bei einem nun noch geringeren *cut-off value* sinkt der Anteil investierender Spieler. Allerdings halte ich diesen Unterschied zu *Treatment* drei für nicht signifikant. Dies ist dem Umstand geschuldet, dass jedes *Treatment* nur drei Mal wiederholt wurde und damit nur 12 Beobachtungen vorliegen. Damit stellt sich aber generell die Frage wie hoch die Aussagekraft dieser Ergebnisse in Bezug auf die Evaluierung einer Theorie ist. Darüber hinaus wurde mit diesem Experiment nur getestet inwiefern die Theorie altruistisches Verhalten abbildet. In der Ermittlung des Altruismusparameters  $\bar{a}$  wurde aber deutlich, dass

dieser Werte annimmt die fast den kompletten positiven Bereich des Definitionsbereichs abdecken. In dem Zusammenhang ist es dann nicht überraschend, wenn sich Ergebnisse ergeben, die die Theorie nicht auf den ersten Blick widerlegen.

#### **4. Schlussfolgerung**

Im Gegensatz zu Levine sehe ich seine Theorie nicht durch die Ergebnisse der genannten Experimente bestätigt. Die Grundlage dafür ist vor allem die fehlende Aussage über die Verteilung der drei Typen in dem ermittelten Intervall. Aussagen über Indifferenz oder die Stichhaltigkeit der Ergebnisse des *Public Goods Game* lassen sich so nicht treffen. Verlässliche Aussagen sind auch nicht möglich, da Levine fast komplett auf die Angabe von Signifikanzniveaus bei seinen Ergebnissen oder Vergleichen von Werten verzichtet hat. Letztendlich sprechen auch die geringe Anzahl der Beobachtungen und die gezielte Auswahl der Experimente nicht für die Allgemeingültigkeit der Theorie.

Nichtsdestotrotz lassen all diese Gründe nicht zu die Theorie abzulehnen. Dies wäre aus verschiedenen Gründen ein falscher Schritt. Zum einen bildet Levines Theorie das Verhalten in Experimenten deutlich besser ab als es eigennutzorientierte Theorien tun. Sie ist also sicherlich nicht perfekt um menschliches Verhalten abzubilden, aber sie liefert deutlich bessere Ergebnisse als die eigennutzbasierte Spieltheorie. Zum anderen hatte Levine mit dieser Theorie sicherlich nicht vor die ultimative Theorie zu präsentieren. Sie ist also vielmehr ein Schritt auf dem Weg zum besseren Verständnis menschlichen Verhaltens und den Möglichkeiten der Modellierung desselben. Levine hat damit deutlich gemacht, dass das Verhalten von Individuen nicht nur von ihrer eigenen Auszahlung abhängt oder der Frage wie altruistisch sie selbst sind, sondern auch von der Frage, wie altruistisch ihr Gegenüber ist. Damit schafft er es eine Art Reziprozität in sein Modell einzuführen ohne vor dem Problem zu stehen Fairness definieren zu müssen.

Aus meiner Sicht wären weitere Modifikationen des Modells beispielsweise in der funktionalen Form der Nutzenfunktion zu suchen, da die lineare Form zwar die Analyse vereinfacht, menschliches Verhalten im Untersuchten Umfeld aber nicht adäquat abbildet. In einem größeren Rahmen müssten dann sicherlich weitere Elemente wie irrationales Verhalten Teil einer besseren Theorie sein. Leider würden beide Erweiterungen die Analyse ungleich schwerer machen.

## 5. Anhang

**Lemma A** in Anlehnung an Levine: Ein sequentielles Gleichgewicht, das konsistent mit den Daten ist und das auf den Parameterwerten  $1 > \bar{a} > a_0 > \underline{a} > -1$ ,  $0 \leq \lambda \leq 1$  beruht erfüllt die folgenden Bedingungen:

$$(1) \quad \left(6 + \frac{a_0 + \lambda(0,35\bar{a} + 0,65a_0)}{1 + \lambda} 4\right) 0,8 - \left(5 + \frac{a_0 + \lambda(0,28\bar{a} + 0,52a_0 + 0,20\underline{a})}{1 + \lambda} 5\right) \geq 0$$

$$(2) \quad \left(6 + \frac{\bar{a} + \lambda(0,35\bar{a} + 0,65a_0)}{1 + \lambda} 4\right) 0,8 - \left(5 + \frac{\bar{a} + \lambda(0,28\bar{a} + 0,52a_0 + 0,20\underline{a})}{1 + \lambda} 5\right) \leq 0$$

$$(3) \quad 4 + \frac{a_0 + \lambda a_0}{1 + \lambda} 6 \leq 0$$

$$(4) \quad \left(7 + \frac{a_0 + \lambda(0,43\bar{a} + 0,57a_0)}{1 + \lambda} 3\right) 0,65 - \left(6 + \frac{a_0 + \lambda(0,35\bar{a} + 0,65a_0)}{1 + \lambda} 4\right) 0,8 \geq 0$$

$$(5) \quad \left(7 + \frac{a_0 + \lambda(0,43\bar{a} + 0,57a_0)}{1 + \lambda} 3\right) 0,65 - \left(6 + \frac{a_0 + \lambda(0,35\bar{a} + 0,65a_0)}{1 + \lambda} 4\right) 0,8 \leq 0$$

$$(6) \quad 3 + \frac{a_0 + \lambda \underline{a}}{1 + \lambda} 7 = 0$$

$$(7) \quad \left(7 + \frac{a_0 + \lambda(0,43\bar{a} + 0,57a_0)}{1 + \lambda} 3\right) 0,65 \geq 2,80$$

### Beweis:

Bezüglich der \$5,00 Forderung wissen wir, dass sie von allen Spielern 2 angenommen wird. Sie erhalten somit den relativen Nutzen:

$$\left(5 + \frac{a + \lambda(0,28\bar{a} + 0,52a_0 + 0,20\underline{a})}{1 + \lambda} 5\right)$$

Außerdem ist klar, dass wenn gemeine Spieler diese Forderungen annehmen, die anderen Typen dies auch tun werden. Da die \$5,00 Forderung von einem Altruisten stammt muss die folgende Ungleichung gelten:

$$5 + \frac{a + \lambda \bar{a}}{1 + \lambda} 5 \geq 0$$

Mit  $\underline{a} > -1$  und  $\bar{a} > -1$  ist das eine wahre Aussage.

Für die \$6,00 Forderung ergibt sich der relative Nutzen auf Grund der Ablehnung der gemeinen Spieler 2 folgendermaßen:

$$\left(6 + \frac{a_0 + \lambda(0,35\bar{a} + 0,65a_0)}{1 + \lambda} 4\right) 0,8$$

Dabei machen Altruisten 35% der annehmenden Population aus, wobei die restlichen 65% normale Typen sind.

Wie vorher argumentiert wurde stammt die \$6,00 Forderung von den normalen Typen, daher muss für diese der relative Nutzen größer sein als bei einer \$5,00 Forderung. Es muss also Gleichung (1) gelten:

$$(1) \quad \left(6 + \frac{a_0 + \lambda(0,35\bar{a} + 0,65a_0)}{1 + \lambda} 4\right) 0,8 - \left(5 + \frac{a_0 + \lambda(0,28\bar{a} + 0,52a_0 + 0,20\underline{a})}{1 + \lambda} 5\right) \geq 0$$

Bei den altruistischen Typen verhält es sich genau umgekehrt, sie haben einen größeren Nutzen aus der \$5,00 Forderung als aus der \$6,00 Forderung. Folglich muss Gleichung (2) gelten:

$$(2) \quad \left(6 + \frac{\bar{a} + \lambda(0,35\bar{a} + 0,65a_0)}{1 + \lambda} 4\right) 0,8 - \left(5 + \frac{\bar{a} + \lambda(0,28\bar{a} + 0,52a_0 + 0,20\underline{a})}{1 + \lambda} 5\right) \leq 0$$

Außerdem ist bekannt, dass die \$6,00 Forderung von gemeinen Typen abgelehnt, aber von normalen und altruistischen Typen angenommen wird. Daher muss für die gemeinen Spieler 2 Gleichung (3) gelten:

$$(3) \quad 4 + \frac{a + \lambda a_0}{1 + \lambda} 6 \leq 0$$

und für die normalen Typen gilt:

$$4 + \frac{a_0 + \lambda a_0}{1 + \lambda} 6 = 4 + 6a_0 \geq 0$$

In Bezug auf die \$7,00 Forderung ergibt sich der folgende relative Nutzen:

$$\left(7 + \frac{a + \lambda(0,43\bar{a} + 0,57a_0)}{1 + \lambda} 3\right) 0,65$$

wobei diese Forderung von allen Altruisten und 71% der normalen Typen angenommen wird.

Daraus ergibt sich Gleichung (4), da die gemeinen Typen die \$7,00 Forderung der \$6,00 Forderung vorziehen:

$$(4) \quad \left(7 + \frac{a + \lambda(0,43\bar{a} + 0,57a_0)}{1 + \lambda} 3\right) 0,65 - \left(6 + \frac{a + \lambda(0,35\bar{a} + 0,65a_0)}{1 + \lambda} 4\right) 0,8 \geq 0$$



Ebenso ergibt sich dann Gleichung (5), da normale Typen im Gegensatz dazu die \$6,00 fordern:

$$(5) \quad \left(7 + \frac{a_0 + \lambda(0,43\bar{a} + 0,57a_0)}{1 + \lambda} 3\right) 0,65 - \left(6 + \frac{a_0 + \lambda(0,35\bar{a} + 0,65a_0)}{1 + \lambda} 4\right) 0,8 \leq 0$$

Außerdem angenommen, dass die normalen Typen indifferent sind bezüglich der Annahme einer \$7,00 Forderung. Aus diesem Grund muss Gleichung (6) gelten:

$$(6) \quad 3 + \frac{a_0 + \lambda a}{1 + \lambda} 7 = 0$$

Im Gegensatz zum spieltheoretischen Gleichgewicht werden keine Forderungen in Höhe von \$10,00 gemacht. Für diese Forderung würde nur der gemeine Typ in Frage kommen, annehmen würden diese Forderung nur Altruisten, da normale Typen bereits bei der \$7,00 Forderung indifferent sind. Unter der Annahme, dass alle Altruisten altruistisch genug sind die \$10,00 Forderung anzunehmen wird die Forderung von 28% der Population bestätigt und bringt dem Spieler 1 einen erwarteten Nutzen von \$2,80. Im Gegensatz dazu wird eine Forderung von \$7,00 mit einer Wahrscheinlichkeit von 65% angenommen. Da der gemeine Typ aber die \$7,00 Forderung bevorzugt muss gelten, dass:

$$(7) \quad \left(7 + \frac{a + \lambda(0,43\bar{a} + 0,57a_0)}{1 + \lambda} 3\right) 0,65 \geq 2,80$$

## 6. Literatur

- Isaac, R. M. und J. M. Walker (1988): "Group size effects in public goods provision: The voluntary contribution mechanism", *Quarterly Journal of Economics*, 103: 179-200
- Ledyard, J. (1995): "Public Goods: A Survey of Experimental Research", In *Handbook of Experimental Economics*, Ed. J. Kagel and A. Roth, (Princeton: Princeton University Press)
- Levine (1997)
- McKelvey, R. und T Palfrey (1992): "An experimental study of the centipede game", *Econometrica*, 60: 803-836
- Roth, A. E., V. Prasnikar, M. Okuno-Fujiwara und S. Zamir (1991): "Bargaining and market behavior in Jerusalem, Liubljana, Pittsburgh and Tokyo: an experimental study", *American Economic Review*, 81: 1068-1095